

3. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2024/25

Aufgabe 1. (15P)

Gegeben sei das folgende LGS mit einem Parameter $a \in \mathbb{R}$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1-a & 1 & 1-a & 3 \\ -2 & -2 & a+5 & 1 \end{array} \right)$$

Geben Sie an, für welche $a \in \mathbb{R}$ das LGS eine Lösung besitzt und geben Sie entsprechend die Lösungsmengen in Abhängigkeit von a an.

Aufgabe 2. (5P+5P)

Wir betrachten die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$.

- Finden Sie jeweils eine Lösung zu den LGS $(A \mid \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix})$ und $(A \mid \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix})$.
- Nutzen Sie ihr Ergebnis aus dem ersten Teil und die Linearität der Matrizenmultiplikation, um eine Lösung für das LGS $(A \mid \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix})$ zu finden.

Aufgabe 3. (5P)

Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, sodass die Gleichung $A + 2B = C$ gilt.

Aufgabe 4. (3P+3P+3P+1P)

Geben Sie für jedes Paar A_i, B_i von Matrizen an, ob jeweils die Produkte $A_i \cdot B_i, B_i \cdot A_i, A_i \cdot A_i$ und $B_i \cdot B_i$ existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

a) $A_1 := \begin{pmatrix} 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1 := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

b) $A_2 := \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B_2 := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

c) $A_3 := \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_3 := \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

d) $A_4 := \begin{pmatrix} 2025 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B_4 := \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 12 & 3 \\ 1 & 4 & 17 & -2023 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 48 & 2024 \\ 3 & 0 & 0 & 3 & -9 \end{pmatrix}$