

2. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2024/25

Aufgabe 1. (2P+2P+4P+2P)

Wir wollen einen Kuchen backen und haben die Wahl zwischen vier Rezepten für Kuchen:

	Marmor	Zuckerfrei	Schoko	Salzig
Zucker	2	0	4	1
Mehl	4	2	3	1
Milch	2	2	0	1
Salz	0	0	1	2

Dabei sind alle Angaben in 100 Gramm, das heißt eine 2 in der Tabelle entspricht 200g.
Wie viele Kuchen können wir backen, wenn wir 1 Kilo Zucker, 1,5 Kilo Mehl, 800 Gramm Milch und 500 Gramm Salz haben, ohne Zutaten übrig zu lassen? Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Stellen Sie ein LGS auf, welches unsere Problem beschreibt.
- Schreiben Sie das LGS als erweiterte Koeffizientenmatrix.
- Lösen Sie das LGS, indem sie es auf reduzierte Zeilen-Stufen-Form bringen und geben Sie die Lösungsmenge an.
- Geben Sie das resultierende Kuchensortiment an.

Aufgabe 2. (4P+2P+2P+2P)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der folgenden LGS:

a)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{array} \right)$$

c)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

b)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 2 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

d)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} -4 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{array} \right)$$

Aufgabe 3. (6P+4P)

Gegeben seien die Matrix $A := \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ und der Vektor $b := \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

- a) Bringen Sie das LGS $(A \mid b)$ durch elementare Zeilenumformungen in reduzierte Zeilen-Stufen-Form und geben Sie die Lösungsmenge an.
- b) Finden Sie ein $b_2 \in \mathbb{R}^3$, sodass das LGS $(A \mid b_2)$ keine Lösung besitzt.

Aufgabe 4. (5P+5P)

Gegeben sei eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ in Zeilen-Stufen-Form. Geben Sie jeweils mit einer Begründung oder einem Gegenbeispiel an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

- a) Es gilt $n = m$ und die Diagonaleinträge sind allesamt Pivot-Elemente \Rightarrow Das LGS $(A \mid b)$ hat für alle $b \in \mathbb{R}^m$ genau eine Lösung.
Hinweis: Sei A eine Matrix mit Einträgen a_{ij} . Ein Eintrag der Form a_{ii} heißt Diagonaleintrag.
- b) Es gilt $n < m \Rightarrow$ Es gibt ein $b \in \mathbb{R}^m$ für welches das LGS $(A \mid b)$ keine Lösung hat.