

### 13. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2024/25

#### Aufgabe 1. (2P+3P+1P+4P)

Wir betrachten die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \ln(x^2 + 1).$$

- Bestimmen Sie alle lokalen Maxima und Minima von  $f$ .
- Zeigen Sie, dass  $f$  ein globales Minimum bei  $x = 0$  hat.

Jetzt betrachten wir die Funktion

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{\exp(x^2)}{x^2 + \frac{1}{2}}$$

- Berechnen Sie die Ableitung von  $g$ .
- Bestimmen Sie alle lokalen Maxima und Minima von  $f$ .

#### Aufgabe 2. (je 2P)

Berechnen Sie jeweils die entsprechenden Integrale:

- |   |  |
|---|--|
| a) $\int_0^1 x^5 - \exp(2x + 1) + 3 \cos(x) dx$             | d) $\int_0^1 \exp(\exp(x) + x) dx$               |
| b) $\int_1^2 \frac{x^6 + 3x^2 + 2x\sqrt[3]{x} + 5}{x^2} dx$ | e) $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1 - \log^2(x)}} dx$ |
| c) $\int_0^2 x^2 \cdot \exp(x) dx$                          | f) $\int_4^5 \frac{2x + 1}{x^2 + x - 6} dx$      |

**Hinweis:** Benutzen Sie für Teil e) den Fakt vom letzten Blatt, dass  $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ , und für f) die Partialbruchzerlegung  $\frac{2x+1}{x^2+x-6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3}$  mit geeigneten Koeffizienten.

**Aufgabe 3. (4P+4P+4P)**

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen  $f_i : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  jeweils eine Stammfunktion mit Hilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integrationsrechnung und partieller Integration. Prüfen Sie anschließend nach, ob es sich tatsächlich um eine Stammfunktion handelt.

a)  $f_1(x) = \log(x)$

b)  $f_2(x) = \log(x)^2$

c)  $f_3(x) = \sin(x)^3$

**Aufgabe 4. (6P)**

Bei einem (fiktiven) Blatt wurde über den Tagesverlauf von 8 Stunden die folgende Photosyntheseaktivität  $p(T) = \sin\left(\frac{\pi}{8}T\right) \cdot T$  gemessen. Die Gewichtszunahme des Blattes hängt direkt von der Aktivität ab und lässt sich mit  $C \cdot p(T)$  für eine Konstante  $C$  beschreiben. Geben Sie in Abhängigkeit von  $C$  das Gewicht des Blattes am Abend an, wenn es bei Sonnenaufgang 4g gewogen hat.