

1. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2024/25

Aufgabe 1. (6P+2P+2P)

a) Seien $m, n \in \mathbb{N}$ zwei beliebige natürliche Zahlen. Welche der folgenden Implikationen stimmen:

- (i) „ m ist eine ungerade Zahl“ \implies „ $m \cdot n$ ist eine ungerade Zahl.“
- (ii) „ $m \cdot n$ ist eine ungerade Zahl“ \implies „ m ist eine ungerade Zahl.“
- (iii) „ $m \cdot n$ ist eine gerade Zahl“ \implies „ m ist eine gerade Zahl.“
- (iv) „ $m + 2 > n$ “ \iff „ $2 \cdot m > n$ “
- (v) „ $m = 1 + n \cdot n$ “ \implies „ $2024 + 1 = 2025$.“
- (vi) „ $1 = 0$ “ \implies „ $m + n = -1$ “

b) Geben Sie ein Beispiel mit zwei Aussagen A und B an, für das Folgendes zutrifft:

$$\text{„}A \Rightarrow \text{nicht } B\text{“ und „}B \Rightarrow \text{nicht } A\text{“}$$

c) Seien A und B zwei Aussagen, für die „ $A \Rightarrow B$ “ und „ $A \Rightarrow \text{nicht } B$ “ gilt. Begründen sie, dass dann unabhängig davon, ob die Aussage B stimmt oder nicht, bereits Aussage A falsch ist.

Aufgabe 2. (3P+3P+3P+3P)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der folgenden LGS:

a)
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 0 \\ 5x_1 - x_2 - x_3 &= -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= -1 \end{aligned}$$

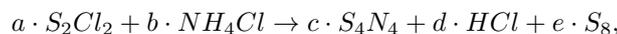
c)
$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_3 &= 1 \\ -x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 1 \\ 2x_1 + 4x_2 &= 1 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 5 \\ 2x_1 - 4x_2 &= 4 \\ x_1 - x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 3. (4P+4P+2P)

Tetraschwefeltetranitrid S_4N_4 kann durch eine Reaktion von Dischwefeldichlorid S_2Cl_2 und Ammoniumchlorid NH_4Cl gewonnen werden. Dabei entstehen ebenfalls Chlorwasserstoff HCl und Schwefel S_8 . Die Reaktionsgleichung hat von der Form



wobei a, b, c, d und e natürliche Zahlen sind. Wir wollen nun herausfinden, in welchen Proportion die Reagenzien vorkommen. Gehen Sie hierbei wie folgt vor:

- Geben Sie für jedes Element eine entsprechende Gleichung in Abhängigkeit von a, b, c, d und e an. *Hinweis:* Atome gehen bei der Reaktion nicht verloren.
- Lösen Sie das resultierende LGS.
- Geben Sie die vollständige Reaktionsgleichung an.

Aufgabe 4. (4P + 4P)

Gegeben sei ein homogenes LGS

$$\begin{array}{ccccccc} a_{1,1} \cdot x_1 & + & a_{1,2} \cdot x_2 & + & \dots & + & a_{1,n} \cdot x_n & = & 0 \\ a_{2,1} \cdot x_1 & + & \dots & & & + & a_{2,n} \cdot x_n & = & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m,1} \cdot x_1 & + & \dots & & & + & a_{m,n} \cdot x_n & = & 0 \end{array}$$

Weiterhin haben wir bereits einen Lösungsvektor

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$$

dieses LGS gegeben.

- Zeigen Sie, dass für einen Skalar λ auch das Produkt:

$$\lambda \cdot v := \begin{pmatrix} \lambda \cdot v_1 \\ \vdots \\ \lambda \cdot v_n \end{pmatrix}$$

eine Lösung des homogenen LGS ist.

Hinweis: Betrachten Sie jede Zeile des Gleichungssystem vorerst für sich.

- Zeigen Sie mit Hilfe eines Beispiels, dass die Aussage aus Teil a) für inhomogene LGS im Allgemeinen falsch ist.