



9. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2024/25

Aufgabe 1. (je 2P=12P)

Geben Sie bei den folgenden Folgen jeweils an, ob diese konvergieren oder divergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert oder ob sie bestimmt divergent sind.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a_n := \frac{6n^5 - 5n^3}{3n^4 + 3n^2 + 3n^6} & \text{c) } c_n := \frac{(n^3 + 1)^2 - (n^3 - 1)^2}{3n^3 + 1} & \text{e) } e_n := \cos(n! \cdot \pi) \cdot n \\ \text{b) } b_n := \frac{(n+1)^4}{n^3 + 3n^2 + 3n + 2} & \text{d) } d_n := \frac{4^n + (-4)^n}{2 \cdot 5^n + (-5)^n} & \text{f) } f_n := 3^n + (-1)^n 2^n \end{array}$$

Hinweis: Sie dürfen hier das Resultat benutzen, dass das Produkt einer beschränkten Folge mit einer Nullfolge wieder eine Nullfolge ist.

Aufgabe 2. (3P+3P+4P)

Zeigen Sie mit Hilfe des Sandwich-Lemmas, dass die folgenden Folgen konvergieren und bestimmen Sie jeweils den Grenzwert:

$$\text{a) } a_n := \frac{n!}{n^n} \qquad \text{b) } b_n := \frac{\sin(n + 2\sqrt{n} + 1)}{(-1)^n + n + 1} \qquad \text{c) } c_n := \sqrt{n^2 + 1} - n$$

Hinweis: Schreiben Sie c_n als Bruch mit Nenner $\sqrt{n^2 + 1} + n$.

Aufgabe 3. (5P+3P)

Seien $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Folgen.

- Zeigen Sie: Ist $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Nullfolge und $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine beschränkte Folge, so ist $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ebenfalls eine Nullfolge.
- Finden Sie eine Nullfolge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und eine bestimmt gegen ∞ divergente Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, so dass $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen π konvergiert.

Das Übungsblatt kann bis spätestens Freitag den 10. 01. 2025 um 20 Uhr über das [CMS](#) abgegeben werden. Schreiben Sie den Namen und die Matrikelnummer Ihres Abgabepartners gut lesbar auf Ihre Abgabe.

Aufgabe 4. (5P+5P)

Ferdinand bekommt jedes Jahr zu Weihnachten Traubensaft geschenkt, den er in seinem 20 Liter Faß sammelt und übers Jahr austrinkt. Dabei stellt er fest, dass er jedes Jahr ein bisschen mehr bekommt, als das Jahr zuvor, aber der Saft immer in sein Fäßchen passt.

- a) Wird sich Ferdinands Traubensaftkonsum einem festen Wert annähern oder ständig wechseln?
- b) Wie wird sich die Differenz der Geschenkmenge im Vergleich zum Vorjahr entwickeln? Kann diese konstant werden?

Das Übungsblatt kann bis spätestens Freitag den 10. 01. 2025 um 20 Uhr über das [CMS](#) abgegeben werden. Schreiben Sie den Namen und die Matrikelnummer Ihres Abgabepartners gut lesbar auf Ihre Abgabe.