Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Fachrichtung 6.1 Mathematik
Dr. C. Steinhart
B.Sc. B. Heinen

8. Übungsblatt zur Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie im WS 2024/25

Aufgabe 1. (5P)

Finden Sie alle komplexen Nullstellen des Polynoms:

$$P(X) = X^2 + (2+2i)X - 2i.$$

Hinweis: Probieren Sie quadratische Ergänzung aus.

Aufgabe 2. (2P+2P+2P+2,5P+2,5P)

Ergänzen Sie in der folgenden Tabelle die fehlenden Einträge:

z	$\arg(z)$	$\lvert z\rvert$	$\mathrm{Re}(z)$	$\mathrm{Im}(z)$
i	$\frac{\pi}{2}$	1	0	1
$3+4i$				
	$\frac{\pi}{6}$	2		
			$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
		8	5	
		2		0

Hinweis: *In zwei der Zeilen gibt es zwei Möglichkeiten diese korrekt auszufüllen. Um welchen Zeilen handelt es sich und was sind die beiden Möglichkeiten? Verwenden Sie zur Berechnung von Winkeln einen Taschenrechner und runden Sie auf die ersten zwei Nachkommastellen.*

Aufgabe 3. (4P+6P)

Berechnen Sie alle (komplexen) Eigenwerte und Eigenräume der beiden folgenden Matrizen:

$$A := \begin{pmatrix} 19 & -3i \\ 3i & 11 \end{pmatrix}, \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -6 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Das Übungsblatt kann bis spätestens Freitag den 20. 12. 2024 um 20 Uhr über das CMS abgegeben werden. Schreiben Sie den Namen und die Matrikelnummer Ihres Abgabepartners gut lesbar auf Ihre Abgabe.

Aufgabe 4. (2P+2P+2P+2P+2P+2P)

Wir betrachten die Folgen:

a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = 2^n$
b) $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n = (-\frac{1}{2})^n$
c) $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n = \cos(\frac{\pi}{2}n)$
d) $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $d_n = \frac{1}{n+42}$
e) $(e_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $e_n = \frac{n-1}{n+1}$
f) $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $f_n = \sin(\frac{2\pi}{3}n)$

Geben Sie bei den folgenden Folgen mit einer kurzen Begründung jeweils an, ob diese beschränkt, konvergent, bestimmt divergent oder unbestimmt divergent sind. Geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an.

Aufgabe 5. (2P)

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folgen mit Grenzwert a. Die Verschiebung von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ um $k \in \mathbb{N}$ ist die Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n = a_{n+k}$. Zeigen Sie, dass $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ebenfalls konvergiert mit Grenzwert a.

Das Übungsblatt kann bis spätestens Freitag den 20. 12. 2024 um 20 Uhr über das CMS abgegeben werden. Schreiben Sie den Namen und die Matrikelnummer Ihres Abgabepartners gut lesbar auf Ihre Abgabe.