

1. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2023/24

Aufgabe 1. (6P+4P)

- a) Seien $m, n \in \mathbb{N}$ zwei beliebige natürliche Zahlen. Welche der folgenden Implikationen stimmen:
- (i) „ m ist eine gerade Zahl“ \implies „ $m \cdot n$ ist eine gerade Zahl.“
 - (ii) „ $m \cdot n$ ist eine gerade Zahl“ \implies „ m ist eine gerade Zahl.“
 - (iii) „ $m \cdot n$ ist eine ungerade Zahl“ \implies „ m ist eine ungerade Zahl.“
 - (iv) „ $m > n$ “ \iff „ $m + 1 > n + 1$ “
 - (v) „Es gilt die Gleichung $1 = 2$ “ \implies „ $m = n$ “
 - (vi) „Es gilt $m = n$ “ \implies „ $1 + 1 = 2$.“
- b) Geben Sie jeweils ein Beispiel mit zwei Aussagen A und B an, für die Folgendes zutrifft:
- (i) „ $A \iff$ nicht B “
 - (ii) „ $A \Rightarrow B$ “ und „nicht $A \Rightarrow B$ “

Aufgabe 2. (3P+3P+3P+3P)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der folgenden LGS:

a)
$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 4 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \\ -x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 7 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \\ -x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 3 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 4 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rclcl} x_1 & - & 2x_2 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & = & 5 \\ x_1 & - & x_2 & = & 3 \end{array}$$

Aufgabe 3. (8P)

Je 100g der folgenden Nahrungsmittel enthalten etwa entsprechend viel Kohlenhydrate, Fett und Eiweiß:

	Kartoffeln	Speck	Butter
Kohlenhydrate	14.5	1	0
Fett	0	40	81
Eiweiß	2	36	0

Der menschliche Körper benötigt jeden Tag etwa 240g Kohlenhydrate, 57g Fett und 60g Eiweiß. Wie müsste eine Mahlzeit aus Kartoffeln, Speck und Butter zusammengesetzt sein, um diesen Tagesbedarf genau zu decken?

Aufgabe 4. (5P + 5P)

Gegeben sei ein homogenes LGS

$$\begin{array}{ccccccc} a_{1,1} \cdot x_1 & + & a_{1,2} \cdot x_2 & + \dots & + & a_{1,n} \cdot x_n & = & 0 \\ a_{2,1} \cdot x_1 & + & \dots & & + & a_{2,n} \cdot x_n & = & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m,1} \cdot x_1 & + & \dots & & + & a_{m,n} \cdot x_n & = & 0 \end{array}$$

Weiterhin haben wir bereits zwei Lösungsvektoren

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \in \mathbb{L}$$

dieses LGS gegeben.

- a) Zeigen Sie, dass dann auch ihre Summe

$$v + w := \begin{pmatrix} v_1 + w_1 \\ \vdots \\ v_n + w_n \end{pmatrix}$$

eine Lösung des homogenen LGS ist.

Hinweis: Betrachten Sie jede Zeile des Gleichungssystem vorerst für sich.

- b) Zeigen Sie mit Hilfe eines Beispiels, dass die Aussage aus Teil a) für inhomogene LGS im Allgemeinen falsch ist.