

3. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2023/24

Aufgabe 1. (15P)

Gegeben sei das folgende LGS mit einem Parameter $a \in \mathbb{R}$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & a \\ a & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & a & -4 \end{array} \right)$$

Geben Sie an, für welche $a \in \mathbb{R}$ das LGS eine Lösung besitzt und geben Sie entsprechend die Lösungsmengen in Abhängigkeit von a an.

Aufgabe 2. (10P)

Wir bezeichnen mit $e_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ die Standardbasisvektoren von \mathbb{R}^3 .

Sei $A \in \mathbb{R}^{3 \times n}$ eine Koeffizientenmatrix, sodass das LGS $(A \mid e_i)$ für alle $i = 1, 2, 3$ eine Lösung besitzt. Zeigen Sie, dass dann bereits jedes LGS $(A \mid b)$ mit $b \in \mathbb{R}^3$ eine Lösung besitzt.

Aufgabe 3. (5P)

Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C := \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, sodass die Gleichung $A + B = C$ gilt.

Aufgabe 4. (10P)

Geben Sie für jedes Paar A_i, B_i von Matrizen an, ob jeweils die Produkte $A_i \cdot B_i$, $B_i \cdot A_i$ und $A_i \cdot A_i$ existieren und berechnen Sie gegebenenfalls diese.

a) $A_1 := \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

b) $A_2 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$