

### 3. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2023/24

#### Aufgabe 1. (15P)

Gegeben sei das folgende LGS mit einem Parameter  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & a \\ a & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & a & -4 \end{array} \right)$$

Geben Sie an, für welche  $a \in \mathbb{R}$  das LGS eine Lösung besitzt und geben Sie entsprechend die Lösungsmengen in Abhängigkeit von  $a$  an.

#### Aufgabe 2. (10P)

Wir bezeichnen mit  $e_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $e_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $e_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$  die Standardbasisvektoren von  $\mathbb{R}^3$ .

Sei  $A \in \mathbb{R}^{3 \times n}$  eine Koeffizientenmatrix, sodass das LGS  $(A \mid e_i)$  für alle  $i = 1, 2, 3$  eine Lösung besitzt. Zeigen Sie, dass dann bereits jedes LGS  $(A \mid b)$  mit  $b \in \mathbb{R}^3$  eine Lösung besitzt.

#### Aufgabe 3. (5P)

Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C := \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine Matrix  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ , sodass die Gleichung  $A + B = C$  gilt.

#### Aufgabe 4. (10P)

Geben Sie für jedes Paar  $A_i, B_i$  von Matrizen an, ob jeweils die Produkte  $A_i \cdot B_i$ ,  $B_i \cdot A_i$  und  $A_i \cdot A_i$  existieren und berechnen Sie gegebenenfalls diese.

a)  $A_1 := \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

b)  $A_2 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$