

## 10. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2023/24

### Aufgabe 1. (2P+4P+4P)

Bestimmen Sie die Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  der folgenden Gleichungen:

a)  $\log(x - 1) = \log(4x) - 3$       b)  $3 \cdot 4^{5x} = 6^{x+7}$       c)  $3^{(5^x)} = 5^{(3^x)}$

**Bemerkung:** Geben Sie die Lösung ähnlich der Form  $x = \frac{\log(3)+\log(4)}{\log(\log(5+1))}$  an.

### Aufgabe 2. (je 2P=10P)

Ferdinand beobachtet eine Bakterienkultur in einer Petrischale. Zu Beginn der Beobachtung zählt er 12 000 Bakterien in der Schale<sup>1</sup> und stellt fest, dass sich alle 15 Minuten die Bakterienpopulation verdoppelt bis die Schale komplett voll ist.

- a) Um 17:00 Uhr stellt er fest, dass die Schale zur Hälfte voll ist.
- (i) Um wie viel Uhr ist die Schale komplett voll?  
(ii) Ferdinand reagiert schnell und siedelt um 17:10 Uhr die Bakterienkultur in eine doppelt so große Schale um. Um wie viel Uhr ist diese voll?
- b) Während Ferdinands Beobachtung lässt sich die Bakterienanzahl  $B(t)$  nach  $t$  Minuten beschreiben als

$$B(t) = B_0 \cdot a^t.$$

Bestimmen Sie die Parameter  $a$  und  $B_0$ .

- c) Wie viele Bakterien zählt Ferdinand nach 5 Minuten (aufgerundet)? Wie viele nach 2 Stunden?
- d) Wie lange muss Ferdinand warten, bis in der Petrischale 1 Million Bakterien sind?
- e) Als die Schale zu einem Zehntel gefüllt ist, macht Ferdinand einen Ausflug. Wie lange war er höchstens unterwegs, wenn er um 17 Uhr wieder da war?

---

<sup>1</sup>Als Mathematiker kann er sehr schnell und sehr genau zählen!

**Aufgabe 3. (2P+3P+2P+3P)**

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte in  $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ :

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 + 2x + 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \exp(\exp(\exp(-x^2)))$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x) \cos(x)}{x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \exp \left( \log(2) + \frac{\log(3) + 4}{x} \right) \cdot \cos \left( \pi \left( \frac{1}{3} \right)^x \right) \right)$

**Aufgabe 4. (3P+3P+2P+2P)**

Wir betrachten die folgenden Funktionen von  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ . Bestimmen Sie jeweils, ob die folgenden Grenzwerte in  $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  existieren und geben Sie diese gegebenenfalls an:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2 - 1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

**Hinweis:** Außerhalb von  $\pm 1$  können wir die Brüche durch Kürzen vereinfachen, sodass entweder im Zähler oder im Nenner (und nicht bei beiden) der Grenzwert Null ist.