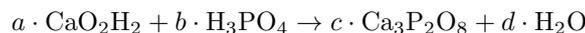


## 2. ÜBUNGSBLATT ZUR MATHEMATIK FÜR STUDIERENDE DER BIOLOGIE UND DES LEHRAMTES CHEMIE IM WS 2023/24

### Aufgabe 1. (10P)

Wir betrachten die chemische Reaktion zwischen Phosphorsäure und Löschkalk zu Calciumphosphat und Wasser:



Bestimmen Sie die Reaktionsstöchiometriezahlen  $a, b, c, d$ , indem Sie ein Gleichungssystem aufstellen und dieses lösen. Was ist die vollständige Reaktionsgleichung?

**Bemerkung:** Da uns hier nur die Atomzahlen in den Molekülen interessieren, stehen die Moleküle in etwas fälschlicher Bezeichnung da.

### Aufgabe 2. (4P+2P+2P+2P)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der folgenden LGS:

$$\text{a) } \left( \begin{array}{cccc|c} 3 & 0 & 2 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\text{c) } \left( \begin{array}{cccc|c} 3 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{array} \right)$$

$$\text{b) } \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{array} \right)$$

$$\text{d) } \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 & \\ 0 & 4 & 7 & -17 & \\ 0 & 0 & -3 & 12 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \end{array} \right)$$

### Aufgabe 3. (6P+4P)

Gegeben seien die Matrix  $A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  und der Vektor  $b := \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ .

- Bringen Sie das LGS  $(A | b)$  durch elementare Zeilenumformungen in reduzierte Zeilenstufen-Form und geben Sie die Lösungsmenge an.
- Finden Sie ein  $b_2 \in \mathbb{R}^3$ , sodass das LGS  $(A | b_2)$  keine Lösung besitzt.

### Aufgabe 4. (5P+5P)

Gegeben sei eine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  in Zeilen-Stufen-Form. Geben Sie jeweils mit einer Begründung oder einem Gegenbeispiel an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

- Das LGS  $(A | b)$  hat für alle  $b \in \mathbb{R}^m$  eine Lösung  $\Rightarrow$  Es gilt  $m \leq n$ .
- Es gilt  $n > m \Rightarrow$  Für alle  $b \in \mathbb{R}^m$  hat das LGS  $(A | b)$  eine Lösung.