

Übungen zur Vorlesung „Höhere Mathematik für Ingenieure IV A“
Sommersemester 2025

Blatt 11

Abgabe bis Dienstag, 24. Juni 2025, 20 Uhr

Aufgabe 1 (8 Punkte): Gegeben seien die Punkte

$$\begin{aligned}(x_0, y_0) &= (0, 1), & (x_3, y_3) &= (3, -2), \\(x_1, y_1) &= (1, 3), & (x_4, y_4) &= (4, 0), \\(x_2, y_2) &= (2, -1),\end{aligned}$$

Bestimmen Sie eine kubische Spline-Interpolation $p_j: [x_j, x_{j+1}] \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Randbedingung $p_0''(x_0) = 0 = p_3''(x_4)$.

Aufgabe 2 (4+4+4=12 Punkte): Gegeben seien eine 2π -periodische Funktion f und die Knoten $(x_j, y_j) = j\frac{\pi}{2}$ für $j = 0, \dots, 4$. Wir wollen auf den Teilintervallen $[x_j, x_{j+1}]$ eine Interpolation mit Polynomen vom Grad 2 vornehmen.

- (i) Stellen Sie das zugehörige Gleichungssystem für die Koeffizienten der Polynome auf den Teilintervallen auf. Welche zusätzliche Bedingung erhalten wir, wenn die Spline-Interpolation selbst auch 2π -periodisch sein soll?
- (ii) Lösen Sie das Gleichungssystem in Abhängigkeit der Werte $f(x_i)$ und der Ableitungen $p_i'(x_i) = b_i$ auf und schreiben Sie das Gleichungssystem als lineares Gleichungssystem bezüglich der b_i .
- (iii) Berechnen Sie (per Hand oder unter Zuhilfenahme eines Computers) die Spline-Interpolation für $y_j = \sin(x_j)$ und geben Sie die zugehörigen stückweise definierten Funktionen an.