

Übungen zur Vorlesung „Höhere Mathematik für Ingenieure IV A“
Sommersemester 2025

Blatt 8

Abgabe bis Dienstag, 3. Juni 2025, 20 Uhr

Aufgabe 1 (10 Punkte): Sei

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine Singulärwertzerlegung von A .

Aufgabe 2 (3+1+1+2+3=10 Punkte): Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

- (i) Bestimmen Sie mithilfe der `singular_value_decomposition()`-Funktion von SymPy eine Singulärwertzerlegung.
- (ii) Bestimmen Sie mithilfe der `nullspace()`-Funktion von SymPy eine Basis des Kerns von A .
- (iii) Bestimmen Sie eine Pseudoinverse von A .
- (iv) Geben Sie mithilfe der Ergebnisse der vorangegangenen Aufgabenteile eine optimale Näherungslösung y von $Ax = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)^t$ an.
- (v) Weisen Sie nach, dass es sich um eine optimale Näherungslösung handelt, d. h. dass y in $\ker(A)^\perp$ und dass $Ay - b$ in $\text{Bild}(A)^\perp$ liegt.