Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Fachrichtung 6.1 Mathematik
Dr. C. Steinhart

2. Übungsblatt zur Grundzüge der Höheren Mathematik 3 im WS 2024/25

Aufgabe 1. (4P+4P)

Wir betrachten die homogene Differentialgleichung

$$y^{(4)} - 3y'' + 2y' = 0.$$

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

b) Bestimmen Sie die eindeutige Lösung des zugehörigen Anfangswertproblems mit

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1, \quad y^{(3)}(0) = -1.$$

Aufgabe 2. (4P+5*2P)

Für zwei reelle Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Differentialgleichung

$$y'' + ay' + by = 0.$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a und b die allgemeine Lösung der Differentialgleichung und skizzieren Sie für die unterschiedlichen Fälle jeweils eine Lösung.
Hinweis: *Sie sollten effektiv* 5 *verschiedene Skizzen erhalten.*

Aufgabe 3. (2P+6P)

Gegeben sei die inhomogene Differentialgleichung

$$e^x \cdot y' - \sin(x)y = \sin(x).$$

a) Raten Sie eine spezielle Lösung und zeigen Sie, dass es sich tatsächlich um eine spezielle Lösung handelt.

b) Geben Sie die allgemeine Lösung für die Differentialgleichung an.
Hinweis: *Verwenden Sie für die homogene Lösung den Ansatz* $y(x) = e^{u(x)}$.

Das Übungsblatt kann bis spätestens Dienstag den 05. 11. 2024 um 22 Uhr über das CMS abgegeben werden. Schreiben Sie den Namen und die Matrikelnummer Ihrer Abgabepartner gut lesbar auf Ihre Abgabe.

Aufgabe 4. (6P+2P+2P)

Wir betrachten wieder das Gewicht an einer Feder. Das Gewicht wird zu Messungsbeginn einmal angeregt. Die zugehörige Differentialgleichung lautet:

$$y'' + y = r(t) \qquad \text{mit} \qquad r(t) = \begin{cases} 2\sin(t) & \text{, falls } 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases}$$

a) Finden Sie mit Hilfe der Variation der Konstanten eine spezielle Lösung der Differentialgleichung.
Hinweis: *Um Stammfunktionen zu finden dürfen Sie eine entsprechende Formelsammlung benutzen. Mit Hilfe der Additionstheoreme erhält man die Gleichung* $\cos(t)^2 = \frac{\cos(2t)+1}{2}$*. Sie können damit eventuell einen der später auftretenden Terme vereinfachen.*

b) Geben Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung an.

c) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit $y(0) = 0$ und $y'(0) = 0$.

Das Übungsblatt kann bis spätestens Dienstag den 05. 11. 2024 um 22 Uhr über das CMS abgegeben werden. Schreiben Sie den Namen und die Matrikelnummer Ihrer Abgabepartner gut lesbar auf Ihre Abgabe.